

EULERS VENNER

Foreningen af Matematikere – Aarhus Universitet
Institut for Matematiske Fag – Aarhus Universitet – 8000 Århus C
Email: euler@imf.au.dk – Web: <http://www.euler.au.dk/>

Den tropiske rang af en matrix

Anders Nedergaard Jensen

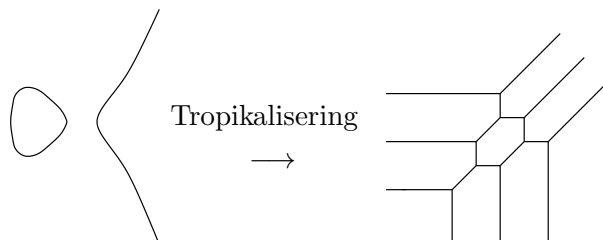
Tirsdag den 8. maj 2012 kl. 16 i Auditorium D3

I tropisk matematik betragter man de reelle tal \mathbb{R} med to nye operationer: tropisk addition \oplus og tropisk multiplikation \odot . For $a, b \in \mathbb{R}$ er de defineret som følger:

$$a \oplus b := \max(a, b) \qquad a \odot b := a + b.$$

Altså bliver 0 neutralt element for \odot og det giver mening at tilføje $-\infty$ til \mathbb{R} som neutralt element for \oplus . Vi kalder $(\mathbb{R} \cup \{-\infty\}, \oplus, \odot)$ for *den tropiske semiring*.

Vi kan “tropikaliserer” mange definitioner ved at benytte den tropiske semiring i stedet for $(\mathbb{R}, +, \cdot)$. F.eks. bliver en tropisk polynomiumsfunction en stykvis lineær funktion. Tilsvarende bliver nulpunkt-smængden for et polynomium stykvis lineær.



I dette foredrag, skal vi se hvordan man kan definere rangen af en matrix med indgange i $(\mathbb{R} \cup \{-\infty\}, \oplus, \odot)$. Fra Lineær Algebra kender vi flere forskellige karakteriseringer af rangen af en $d \times n$ -matrix A :

- $\text{rang}(A) \leq r \Leftrightarrow A = BC$ hvor B er en $d \times r$ -matrix og C en $r \times n$ -matrix
- $\text{rang}(A) \leq r \Leftrightarrow$ alle $(r + 1) \times (r + 1)$ minorer er nul.

Den rette tropikalisering af disse definitioner kaldes henholdsvis “Barvinok rang” og “tropisk rang”. Vi skal se at disse kan være forskellige og vi vil forsøge at definere den mere komplicerede “Kapranov rang”. Følgende tropiske matrix har rang 1 med alle tre definitioner:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

*Mød op, hør foredraget og grib chancen for at blive medlem af Eulers Venner.
Vi giver kaffe, te og kage.*