

# EULERS VENNER

Foreningen af Matematikere – Aarhus Universitet  
Institut for Matematiske Fag – Aarhus Universitet – 8000 Århus C  
Email: euler@imf.au.dk – Web: <http://www.euler.au.dk/>

---

## Hvad er en invariant?

---

Rasmus Villemoes

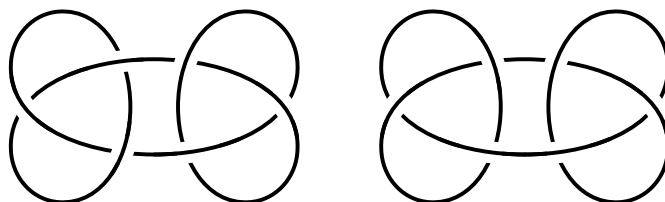
Tirsdag den 14. september 2010 kl. 16 i Auditorium D2

Givet et positivt helt tal, fx 278147, har du lov til at lave følgende operationer: (a) Læg to grupper af cifre sammen og erstat dem med deres sum. Du kan fx erstatte 7814 med  $78+14 = 92$ , og få tallet 2927, eller du kan erstatte 278 med 35 og få 35147. (b) Vælg en gruppe af cifre og erstat med en sum (af ikke-negative tal). Startende med 35147 kan du fx få 342947, idet  $51 = 42 + 9$ . (c) Ombyt cifrene efter behag.

Vi kan med disse operationer eksempelvis komme fra 7 til 4525:  $7 \rightarrow 52 \rightarrow 412 \rightarrow 3652 \rightarrow 952 \rightarrow 5452 \rightarrow 4525$ . Kan du, ved gentagen brug af operationerne (a), (b) og (c), komme fra 65 til 68?

Invarianter er det matematiske værktøj der skal bruges for at kunne besvare sådanne spørgsmål. Ideen er at finde en størrelse som er uforandret (altså *invariant*) ved brug af hver af de lovlige operationer. Antag vi har fundet en funktion  $f$  med den egenskab, at  $f(n) = f(m)$  hvis  $m$  kan fås fra  $n$  ved en af de givne operationer. Hvis  $f(65)$  ikke er lig  $f(68)$  har vi så fundet et bevis for at ovenstående opgave ikke kan løses (hvorfor?).

I foredraget vil vi give nogle eksempler på situationer hvor invarianter er nyttige. Til sidst vil vi give en kortfattet introduktion til emnet knudeteori, hvor det at finde invarianter af knuder er et af de vigtigste problemer. Nedenfor ses diagrammer der forestiller henholdsvis en kællingeknude og et råbåndsknub. Uden knudeinvarianter ville det være meget svært at bevise at de er essentielt forskellige.



*Mød op, hør foredraget og grib chancen for at blive medlem af Eulers Venner.  
Vi giver kaffe, te og kage.*