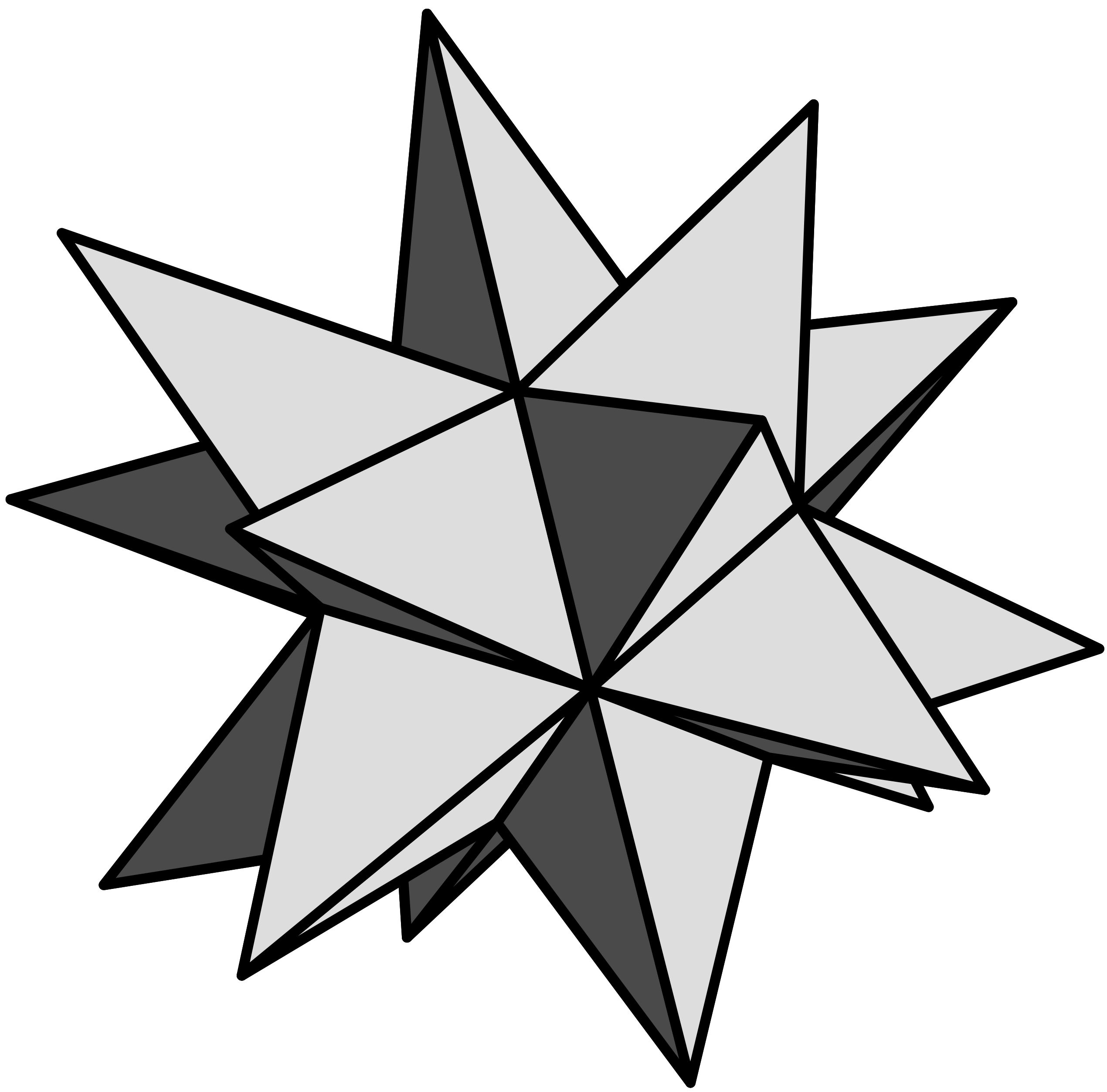

Spas og kalas i ζ-land

Simon Kristensen

Tirsdag den 15. april 2008 kl. 16 i Auditorium D1

Funktionen

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

er et af de mest fundamentale objekter i analytisk talteori. Funktionen, der i udgangspunktet kun er defineret for komplekse tal s med $\mathfrak{Re}(s) > 1$, kan udvides til alle komplekse tal s, kaldes idag Riemanns ζ-funktion efter Bernhard Riemanns artikel fra 1859. I 1896 benyttede Hadamard og de la Vallée Poussin hver for sig funktionen til at give et asymptotisk udtryk for antallet af primtal mindre end T. Funktionen er ligeledes det fundamentale objekt i et af matematikkens mest berømte åbne problemer, Riemann hypotesen.

ζ-funktionens historie går imidlertid længere tilbage end Riemann, ligesom der er andre åbne problemer knyttet til funktionen. Allerede så langt tilbage som 1734/35 fandt Euler et udtryk for $\zeta(2n)$; altså for ζ-funktionens værdier i alle lige hele tal. Specialtilfældet $n = 1$ af denne formel var en løsning til det såkaldte Basel-problem, hvis historie går endnu længere tilbage. Euler viste, at

$$\zeta(2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

I mit foredrag vil jeg give et elementært bevis (der skyldes Papadimitriou) for denne formel, og beskrive hvordan dette kan udvides til alle lige ζ-værdier. Jeg vil også beskrive, hvad disse resultater betyder i talteorien. Til sidst vil jeg komme ind på et meget aktivt forskningsområde, der peger direkte tilbage til Euler: Studiet af de ulige ζ-værdier, hvor meget lidt endnu er kendt.

Der forudsættes intet kendskab til matematik, udover det der undervises i på studiets første år.

Mød op, hør foredraget og grib chancen for at blive medlem af Eulers Venner. Vi giver kaffe og te, og efter foredraget er der fødselsdagslagkage og portvin i Staff Lounge i anledning af Eulers 301-års fødselsdag.