



# EULERS VENNER

Foreningen af Matematikere – Aarhus Universitet  
Institut for Matematiske Fag – Aarhus Universitet – 8000 Århus C  
Email: euler@imf.au.dk – Web: <http://www.euler.au.dk/>

---

## Stone-von Neumanns sætning eller: Hvordan jeg lærte at holde op med at bekymre mig og at lave matematisk fysik

---

Søren Fuglede Jørgensen

Onsdag den 25. november 2009 kl. 16 i Auditorium D2

Foredraget tager udgangspunkt i min bacheloropgave, der beskriver et af resultaterne fra den tidlige matematiske formulering af kvantemekanikken; et resultat der i dag kendes som Stone-von Neumanns sætning. Den moderne kvantemekaniks historie begynder i første halvdel af det sidste århundrede og var et resultat af en række eksperimentelle uoverensstemmelser med og utilstrækkeligheder i den klassiske mekanik. I løbet af 1920'erne opstod de første to, oprindeligt konkurrerende, matematiske formuleringer af kvantemekanikken: Werner Heisenbergs, Max Borns og Pascual Jordans matrixmekanik fra 1925 på den ene side, og på den anden side Erwin Schrödingers bølgemekanik fra 1926, der byggede på de Broglies bølge-partikel-dualitet.

Jeg vil i foredraget introducere de grundlæggende matematiske modeller for kvantemekanikken og illustrere de matematiske problemstillinger, der udspringer af modellerne. Mere konkret betragtes de kanoniske kommutatorrelationer  $[Q, P] = QP - PQ = i\hbar I$ , hvor  $P$  og  $Q$  er operatorer på et Hilbertrum og  $\hbar$  er Plancks (reducerede) konstant. Hilbertrummet er kvantemekanikkens centrale objekt, der først så lyset i en afhandling af Hilbert selv, og som blev studeret nærmere af von Neumann. Schrödinger fandt en repræsentation af kommutatorelationerne på Hilbertrummet  $L^2(\mathbb{R})$ , hvor  $Q$  er multiplikationsoperatoren  $Q\psi(x) = x\psi(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  og  $P$  er differentialoperatoren  $P\psi(x) = -i\hbar \frac{d}{dx}\psi(x)$ . Stone-von Neumanns sætning siger, at denne repræsentation under visse betingelser og ækvivalenser er den eneste, der findes. Sætningen vil blive fremstillet som et repræsentationsteoretisk resultat, hvorfor der i foredraget også vil blive introduceret grundlæggende begreber fra repræsentationsteorien.

Det vil til foredraget være en fordel at kende til matematisk analyse svarende til grundkurset Reel analyse, men jeg vil stræbe efter at introducere de begreber, der måtte være ukendte.

Bachelorprojektet er at finde på <http://home.imf.au.dk/pred>.

*Mød op, hør foredraget og grib chancen for at blive medlem af Eulers Venner.  
Vi giver kaffe, te og kage.*