



# EULERS VENNER

Foreningen af Matematikere – Aarhus Universitet  
Institut for Matematiske Fag – Aarhus Universitet – 8000 Århus C  
Email: euler@imf.au.dk – Web: <http://www.euler.au.dk/>

---

## Underrum og koggere

---

Jens Carsten Jantzen

Torsdag den 15. april 2010 kl. 16 i Auditorium D1

Foredraget drejer sig om klassifikationsproblemer indenfor lineær algebra, som man allerede kan forstå, hvis man kender grundbegreber som underrum og lineær transformation. Men der findes overraskende forbindelser til andre matematiske områder.

Lad os kigge på  $(r + 1)$ -tupler  $(V; U_1, U_2, \dots, U_r)$ , hvor  $V$  er et (endelig dimensionalt) vektorrum og hvor  $U_1, U_2, \dots, U_r$  er underrum i  $V$ . Vi kalder to tupler  $(V; U_1, U_2, \dots, U_r)$  og  $(V'; U'_1, U'_2, \dots, U'_r)$  isomorfe, hvis der findes en bijektiv lineær transformation

$$L : V \rightarrow V', \quad \text{så at } L(U_i) = U'_i \text{ for alle } i.$$

For  $r \leq 3$  er det elementært at “klassificere” den slags  $(r + 1)$ -tupler, dvs. at skrive ned en liste af  $(r + 1)$ -tupler, så at hver  $(r + 1)$ -tupel er isomorf med en og kun en  $(r + 1)$ -tupel på listen. For  $r = 4$  er situationen mere indviklet, og en klassifikation blev først fundet i 1967. Og for  $r \geq 5$  siger eksperterne, at en klassifikation er umulig.

Vores  $(r + 1)$ -tupler er eksempler på repræsentationer af koggere. Et (matematisk) kogger er en samling af pile som i følgende eksempel

$$\bullet \longrightarrow \bullet \longrightarrow \bullet$$

og en repræsentation af dette kogger har formen

$$V_1 \xrightarrow{L_a} V_2 \xrightarrow{L_b} V_3$$

hvor  $V_1, V_2, V_3$  er vektorrum og  $L_a, L_b$  er lineære transformationer. Som i underrumproblemet findes der tre muligheder: Klassifikationen af alle repræsentationer af et givet kogger kan være “nem”, “kompliceret” eller “umulig”. Beskrivelsen af koggere af de to første typer ligner overraskende klassifikationen af simple (Lie-)grupper (og simple Lie-algebraer), et helt anderledes problem. Først i de to sidste årtier har man opdaget en direkte sammenhæng mellem de involverede objekter.

*Da det er Eulers 303 års fødselsdag, er der er lagkage og portvin i Staff Lounge efter foredraget.*

*Mød op, hør foredraget og grib chancen for at blive medlem af Eulers Venner.  
Vi giver kaffe, te og kage.*